

# Zusatzaufgaben zu TigerJython

## Zusatzaufgaben zu 10.5

**Aufgabe 5:** Erstelle ein Programm, das die Häufigkeiten der Buchstaben A-Z in einem Text (Textdatei) zählt und als Liste ausgibt. Es kann angenommen werden, dass der Text nur Grossbuchstaben und das Leerzeichen enthält.

**Aufgabe 6:** Erstelle ein Programm, welches aus den Primzahlen  $p$  und  $q$  und dem öffentlichen Schlüssel  $[m, e]$  den privaten Schlüssel  $[m, d]$  berechnet.  
Hinweis: Lemma von Bézout.

## Theorie RSA und Modulorechnen

**Lemma von Bézout:** Sind die ganzen Zahlen  $a$  und  $b$  teilerfremd - gilt also  $\text{ggT}(a, b) = 1$  – so gibt es ganze Zahlen  $s$  und  $t$ , sodass  $s \cdot a + t \cdot b = 1$ .

Beispiel:  $(-1071) \cdot 11 + 2 \cdot 5891 = 1$ .

Online Rechner: <http://www.dcode.fr/bezout-identity>

**Satz von Euler:**  $a^{\phi(m)} = 1 \pmod{m}$  wenn  $\text{ggT}(a, m) = 1$

Allgemeiner gilt:  $a^b = a^{b \bmod \phi(m)} \pmod{m}$

Daraus folgt sofort:  $a \cdot a^{\phi(m)-1} = 1 \pmod{m}$

**Beispiel:** wähle  $m = 10 = 2 \cdot 5$ . Es folgt  $\phi(10) = 4$ . Für die Zahl  $a=7$  gilt  $\text{ggT}(7, 10) = 1$ . Der Satz von Euler ist also anwendbar und ergibt:  $7^{\phi(10)} = 7^4 = 1 \pmod{10}$ .

Eine direkte Rechnung bestätigt dies:  $7^4 = 49 \cdot 49 = 2401 = 1 \pmod{10}$ .

**Beispiel:** Man berechne  $7^{222} \pmod{10}$  mit dem Satz von Euler.

$7^{222} \pmod{10} = (7^4)^{55} \cdot (7^2) = 1^{55} \cdot 49 = 49 \pmod{10} = 9$ .